

# INNOVACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE ÁLGEBRA LINEAL EN INGENIERÍA MEDIANTE APRENDIZAJE BASADO EN EJEMPLOS

## INNOVATION IN THE TEACHING OF LINEAR ALGEBRA IN ENGINEERING THROUGH EXAMPLE-BASED LEARNING

N. Rigaud Téllez<sup>1</sup>  
R. Blanco Bautista<sup>2</sup>

### RESUMEN

El álgebra lineal es clave en ingeniería y tecnología, con aplicaciones en mecánica vectorial, investigación de operaciones, estadística, análisis de datos y sistemas inteligentes, entre otros. Sin embargo, su enseñanza es altamente abstracta, dificultando su comprensión más allá de los sistemas lineales. Este proyecto propone una metodología innovadora basada en el constructivismo y el Aprendizaje Basado en Ejemplos (ABE), estructurada bajo el modelo instruccional ADDIE para diseñar materiales educativos que facilitan la conexión entre la teoría y la práctica. Se desarrollaron y evaluaron ejemplos con el apoyo de especialistas en educación matemática y tecnología educativa, cuya efectividad fue validada posteriormente en una prueba piloto con estudiantes. Las mediciones y análisis de tipo estadístico y cualitativo muestran un impacto positivo en la comprensión del álgebra lineal, lo cual representa evidencia de ser un enfoque efectivo para mejorar su enseñanza en la formación de futuros ingenieros.

### ABSTRACT

Linear Algebra is fundamental in engineering and technology, with applications in vector mechanics, operations research, statistics, data analysis, intelligent systems, among others. However, its teaching is highly abstract, making it difficult to understand beyond linear systems. This project proposes an innovative methodology based on constructivism and Example-based Learning (EBL), structured under the ADDIE instructional model, to design educational materials that bridge theory and practice. Examples were developed and evaluated with the support of specialists in math education and educational technology. Findings from measurements, and statistical and qualitative analysis show a positive impact on the understanding of linear algebra, representing evidence of an effective approach to improving its teaching in the education of future engineers.

### ANTECEDENTES

Desde sus inicios en el siglo XVIII, el álgebra lineal ha experimentado una evolución significativa más allá de resolver ecuaciones lineales, consolidándose como una disciplina esencial en matemáticas aplicadas. En la actualidad, este campo es fundamental para áreas como ciencia de datos y aprendizaje automático, donde proporciona el marco matemático para la representación y manipulación de datos. En este contexto, los datos se representan mediante matrices y vectores, facilitando cálculos esenciales, lo que ha impulsado aún más su relevancia en el ámbito tecnológico.

Asimismo, en mecánica vectorial, permite modelar y analizar fuerzas y movimientos en estructuras complejas. En investigación de operaciones, sustenta modelos de optimización y toma de decisiones de sistemas industriales y logísticos. En estadística y análisis de datos, facilita el desarrollo de modelos, y en sistemas dinámicos, es clave para estudiar la estabilidad y evolución de procesos físicos y computacionales.

<sup>1</sup> Profesora de la Facultad de Estudios Superiores Aragón. UNAM nerigaud@unam.mx

<sup>2</sup> Profesor de la Facultad de Estudios Superiores Aragón. UNAM robertoblancobautista42@gmail.com

A pesar de su amplia aplicabilidad, la enseñanza de Álgebra Lineal enfrenta desafíos significativos debido a su alto nivel de abstracción y formalismo matemático. Diversos estudios e informes sobre su aprendizaje destacan reiteradamente las dificultades que enfrentan los alumnos en esta materia (Dogan, 2018). Esto se refleja claramente en una muy citada reflexión de Carlson (1993), basada en su experiencia impartiendo cursos introductorios de Álgebra Lineal a estudiantes universitarios: "... mis alumnos sienten como si entraran en una niebla, ..., una niebla muy densa, ...".

Si bien los entornos de aprendizaje han evolucionado desde entonces, lo cierto es que para docentes que hayan impartido esta asignatura coincidirán con esta percepción, especialmente, cuando se estudian los temas de espacios vectoriales, el Teorema Fundamental del Álgebra Lineal y su segunda parte de complementos y bases ortogonales (Taguchi, 2020).

Uno de los factores que contribuyen a la dificultad en su aprendizaje, son los enfoques que, o bien, se centran en la memorización y mecanización, o bien, en la axiomatización de conceptos y demostraciones, sin considerar que en ingeniería se requiere de una comprensión de cómo aplicar dichos conceptos y hacer conexiones con sus aplicaciones prácticas. De hecho, la evidencia sugiere que aquellos estudiantes que se involucran en actividades que fomentan el razonamiento matemático, superan a estudiantes de ingeniería que practican problemas rutinarios (Wesenberg et al., 2025). Esto implica que habilidades matemáticas pueden desarrollarse con estrategias adecuadas.

Por ello, es crucial el desarrollo de metodologías didácticas innovadoras que reduzcan la brecha entre la teoría y la aplicación, facilitando una enseñanza más efectiva en el contexto de la formación de ingeniería. En este sentido, se puede considerar el diseño y uso de recursos y materiales educativos que faciliten la vinculación entre la teoría y la práctica, familiarizando a estudiantes con conceptos y razonamiento matemático mediante ejemplificaciones.

El Aprendizaje Basado en Ejemplos desarrollados (ABE) es un enfoque educativo que brinda soluciones a estudiantes para comprender el proceso de resolución de problemas y desarrollar estrategias propias (Renkl, 2021). Entre sus beneficios, destaca su capacidad de ilustrar la teoría mediante situaciones prácticas que incluyen la formulación del problema, los pasos y la solución final.

El objetivo es implementar una metodología para el diseño y desarrollo de ejemplos educativos innovadores, que no solo aborden aspectos de abstracción, generalización y formalismo de la disciplina, también hagan visible sus aplicaciones en ingeniería, a través del uso de tecnología educativa y enfoques interactivos. Este estudio forma parte de un proyecto de innovación educativa y tecnológica aprobado en el 2024, que desarrolla diferentes materiales para mejorar la enseñanza del Álgebra Lineal para la carrera de Ingeniería Industrial de la FES Aragón-UNAM.

Los ejemplos incluyen procesos completos de solución de problemas, representaciones diversas y explicadas, así como están alineados a objetivos de aprendizaje. A partir de ello, se plantea la pregunta de investigación; ¿cómo desarrollar ejemplos innovadores y recursos educativos mediados por tecnología que presenten procesos completos de solución de

problemas para mejorar la enseñanza del Álgebra Lineal en carreras de ingeniería? La relevancia de este estudio radica en la necesidad de superar las barreras de abstracción asociadas con la materia de Álgebra Lineal. Al reforzar el vínculo entre conceptos matemáticos y sus aplicaciones prácticas en ingeniería, este enfoque promueve un aprendizaje más activo y contextualizado.

Se espera que esto tenga un impacto positivo en el rendimiento académico de estudiantes, facilitando su trayectoria universitaria y su formación profesional. Actualmente, este proyecto cuenta con una metodología definida y una batería de recursos digitales, encontrándose en una fase de prueba piloto y medición de efectos. El siguiente paso es la definición de esquemas de evaluación. Al abordar los desafíos de la enseñanza de álgebra lineal con herramientas pedagógicas innovadoras y tecnologías educativas, este proyecto tiene el potencial de transformar la formación de futuros ingenieros, proporcionando soluciones prácticas para superar dificultades educativas existentes.

### **METODOLOGÍA**

El Aprendizaje Basado en Ejemplos Desarrollados (ABE) es una metodología que favorece el desarrollo de habilidades cognitivas mediante el uso de recursos educativos interactivos. Sweller y Cooper (1985) demostraron que la presentación de ejemplos resueltos en matemáticas, desglosando cada etapa necesaria para resolver un problema o completar una tarea, reduce significativamente la carga cognitiva de estudiantes durante la adquisición de conocimiento. Al proporcionar modelos claros, se facilita la generalización de principios y la aplicación de conocimientos a nuevos problemas (Calvillo et al., 2015).

En dominios como las matemáticas, el ABE plantea que los alumnos, primero, estudien ejemplos resueltos y luego, intenten resolver problemas de manera autónoma. Este enfoque puede reducir la ambigüedad instructiva asociada a otros métodos como el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) o en Proyectos (ABP) (Wesenberg et al., 2025).

Para esta investigación, el ABE se sustenta con dos pilares principales: el constructivismo, como enfoque pedagógico y un diseño instruccional estructurado, para el desarrollo de ejemplos.

Desde el constructivismo, el aprendizaje es un proceso activo en el que los estudiantes construyen significados a partir de la interacción con materiales educativos y contextos de aprendizaje (Martínez, 2021). Este enfoque guía la implementación de recursos interactivos diseñados para fomentar la reflexión y el aprendizaje significativo en asignaturas como el Álgebra Lineal.

Sobre el diseño instruccional, se utilizó el modelo ADDIE (Análisis, Diseño, Desarrollo, Implementación y Evaluación), como marco para estructurar los ejemplos (Seel et al., 2017), conforme a sus conceptos descritos en la Tabla 1.

**Tabla 1.** *Etapas del modelo ADDIE.*

| Concepto       | Descripción  |
|----------------|--|
| Análisis       | Identifica causas probables de bajo desempeño y necesidades de aprendizaje.                      |
| Diseño         | Define reglas, patrones subyacentes y procesos completos para la solución del ejemplo.           |
| Desarrollo     | Crea y valida recursos educativos, integrando representaciones múltiples.                        |
| Implementación | Prepara el ambiente de aprendizaje y motiva a estudiantes.                                       |
| Evaluación     | Valida la calidad de productos y procesos instruccionales, antes y después de la implementación. |

En la Tabla 1, cada una de estas fases de trabajo se constituye en criterios significativos para contextos específicos, al respecto, se realizó lo siguiente:

+ Análisis: Se identificaron necesidades específicas de aprendizaje que fueron sustentadas por la teoría:

- **Comprensión conceptual:** Dificultad para conectar representaciones algebraicas y geométricas, así como comprender definiciones formales y combinaciones lineales (Bouhjar et al., 2021). Esto impacta en temas como independencia lineal, espacios vectoriales, bases y eigenvectores (Bernier y Zandieh, 2024).
- **Pruebas y demostraciones:** Problemas al decidir cuándo, qué tipo y cómo aplicar axiomas en espacios vectoriales, producto interno y transformaciones lineales (Caglayan, 2015).
- **Flexibilidad cognitiva:** Dificultad para analizar, sintetizar y aplicar creatividad frente al formalismo de álgebra lineal (Dogan, 2018).
- **Simbolismo y operaciones:** Errores en la manipulación de procedimientos como multiplicación de matrices, eliminación gaussiana, distinción entre un escalar cero y un vector nulo, y obtención de combinaciones lineales (Serbin et al., 2020).
- **Participación y compromiso:** Falta de una interacción en clases, debido a la abstracción de contenido y la escasez de representaciones concretas y visuales (Dogan, 2018).
- **Estrategias instruccionales:** Necesidad de discusiones explícitas sobre objetos, símbolos (Harel, 2017) y operaciones matemáticas (Serbin et al., 2020).
- **Uso de la tecnología:** La mayoría de los recursos como simulaciones interactivas, plataformas, recursos educativos suelen enfocarse en procedimientos mecánicos y no en fortalecer habilidades matemáticas en forma integral (Caglayan, 2018).

+ Diseño: Los ejemplos que se desarrollaron tomaron en cuenta dos tipos de características.

- **Características estructurales** que definen la regla o concepto a ejemplificar y patrones subyacentes (Renkl, 2021), que incluye procesos completos de solución de problemas ((Wesenberg et al., 2025).
- **Características superficiales**, son adicionales y no excluye a la primera. Por ejemplo, representaciones múltiples (lenguaje natural/ textual, geométrico/ gráfico, numérico,

algebraico/ analítico y animaciones), para fortalecer habilidades matemáticas avanzadas, como el razonamiento, abstracción y análisis.

- + Desarrollo: Se seleccionaron herramientas tecnológicas en una plataforma de aprendizaje, en el que los estudiantes interactúan con conceptos matemáticos de manera dinámica.
- + Implementación: Los ejemplos desarrollados se validaron con especialistas, en sesiones con la siguiente dinámica:
  - Introducción conceptual
  - Exploración de ejemplos resueltos
  - Discusión de estrategias pedagógicas
- + Evaluación: Se validaron ejemplos mediante dos etapas, (a) una revisión técnica por especialistas, para asegurar la alineación de los ejemplos con los resultados esperados, (b) una aplicación en una prueba piloto, en un entorno controlado para medir su impacto en el aprendizaje.

Los datos obtenidos permitieron identificar aspectos no cubiertos y generar recomendaciones para su implementación futura en cursos de Álgebra Lineal. El alcance inicial de esta investigación se centra en evaluar la viabilidad y efectividad de los ejemplos desarrollados para abordar desafíos de abstracción y formalismo de álgebra lineal en contexto de ingeniería.

## RESULTADOS

En el desarrollo de este proyecto se aplicaron los principios del constructivismo como base teórica, junto con el modelo ADDIE, para guiar la creación y evaluación de los recursos educativos.

**Análisis:** Se identificaron y priorizaron cuatro necesidades (a) comprensión y conexiones conceptuales para fortalecer la relación entre conceptos de álgebra lineal con la vida real (b) estrategias instruccionales, con un proceso de solución completo (c) uso de la tecnología, para mejorar la interactividad y experimentación y (d) simbolismo y operaciones, para mejorar la notación y procedimientos matemáticos.

**Diseño:** Para la etapa de diseño, se revisó bibliografía especializada sobre aplicaciones de álgebra lineal y se consultó a expertos en ingeniería y en matemáticas. En función de estas fuentes y la experiencia de los autores, se crearon ejemplos inéditos que reflejan el rol fundamental del álgebra lineal, más allá de casos tradicionales. Cada ejemplo desarrollado se ajustó conforme a planes y programas de estudio. Asimismo, se integraron fines de aprendizaje, cápsulas de conceptos básicos (para contextualizar los temas), solución completa, aplicaciones web o código Python y evaluación formativa para dar seguimiento de aprendizaje.

**Desarrollo e implementación:** Se crearon, de manera inicial, cinco ejemplos originales en formato editable. La implementación fue apoyada con dos becarios que migraron los materiales a la plataforma de Genially, elegida por su capacidad de integrar ventanas emergentes, pruebas interactivas y un diseño dinámico, alejándose de documentos estáticos

en PDF. Los becarios apoyaron en el alojamiento del contenido de manera versátil durante el segundo semestre del 2024. El enfoque fue destacar el valor pedagógico de los recursos alojados en la plataforma, así como promover la exploración activa y la participación del estudiante mediante un enfoque centrado en el aprendizaje práctico y significativo.

En la Figura 1, se muestra un extracto de un ejemplo desarrollado sobre procesamiento de imágenes, donde se aplican operaciones básicas de álgebra lineal (suma, resta y multiplicación por un escalar) en vectores y matrices.

Figura 1. Extracto de un ejemplo desarrollado.

**Fin de aprendizaje**

**Parte del plan de estudio**

**Procesador de imágenes con álgebra lineal**

**Definiciones e información relevante**

El procesamiento de imágenes digitales utiliza ampliamente el álgebra lineal. Una imagen digital está constituida por píxeles, y cada píxel contiene valores numéricos que representan el color en esa posición.

En este contexto, los colores pueden representarse como vectores en un espacio tridimensional. En el modelo de color Rojo, Verde y Azul (R, G, B), cada color se describe como un vector  $(r, g, b)$ , donde cada componente indica la intensidad del color primario correspondiente.

Por ejemplo, el rojo es  $(1,0,0)$  y el azul es  $(0,0,1)$ . La suma de distintos colores, tales como, rojo más azul, resulta en un tercer color  $(1,0,1)$ , que corresponde al magenta. Otro ejemplo es  $(0.5, 0.5, 0)$  cuya representación es un color cercano al amarillo.

La gama de colores posible proviene de la combinación lineal de estos primarios, con valores que usualmente varían de 0 a 255. Esta representación refleja la naturaleza tricromática de la visión humana, en la que los conos de la retina perciben longitudes de onda correspondientes a estos colores básicos, y el cerebro procesa la información de estas combinaciones.

Dado que una imagen digital puede considerarse como una matriz de píxeles, es posible aplicar operaciones lineales como la suma, resta y multiplicación por un escalar, para modificar sus características.

(a) ¿Es posible sumar o restar dos imágenes digitales?  
 (b) ¿Qué significa multiplicar un escalar por una matriz en el contexto de una imagen digital?

**Solución**




En la continuación del mismo ejemplo, en la Figura 2, se presenta un fragmento, con el que se puede experimentar, a través de herramientas interactivas y soportadas por programación en Python.

Figura 2. Continuación de ejemplo desarrollado.

Suma de imágenes. Las matrices requieren tener el mismo orden, por lo que se puede hacer la operación:

$$A + B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ b_{31} & b_{32} & \dots & b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \dots & a_{2n} + b_{2n} \\ a_{31} + b_{31} & a_{32} + b_{32} & \dots & a_{3n} + b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \dots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

Veamos qué pasa con dos imágenes que tienen el mismo orden (píxeles):

 +  = 

La suma de píxel a píxel genera colores y formas agregadas. Puedes observar que el resultado del fondo blanco de la primera imagen quedó cubierto por el fondo gris de la segunda, los píxeles se combinaron en las letras y generaron nuevos colores.

Compartimos el código en Python para que puedas experimentar;  
[https://drive.google.com/file/d/1ZeXyITgX5pTwnxl619CtUJL7RnjssEOH/view?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/file/d/1ZeXyITgX5pTwnxl619CtUJL7RnjssEOH/view?usp=drive_link)

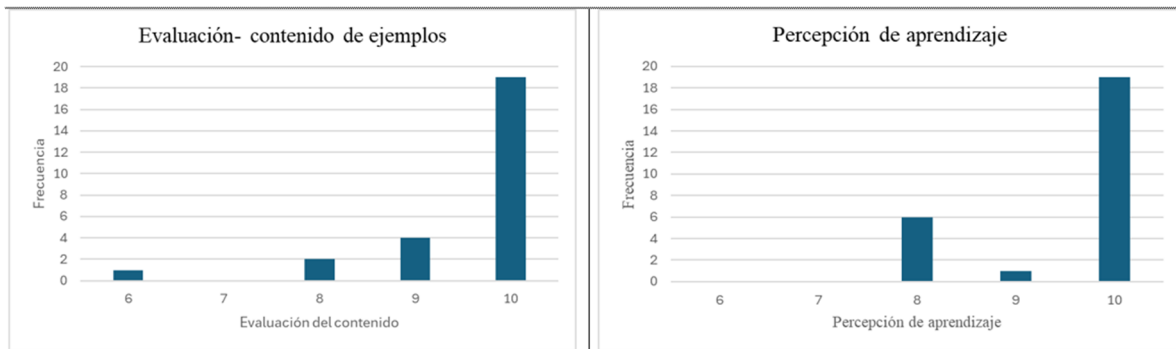
Posteriormente, se invitó a un grupo conformado 26 especialistas en educación matemática y tecnología educativa, docentes y profesionales, que emplean álgebra lineal en sus actividades. Los participantes provenían de diversas instituciones como el Instituto Nacional de Medicina, FES Aragón, FES Cuautitlán, Facultad de Ciencias, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California Sur, Universidad Tecnológica de Altamira y ENES Juriquilla.

Se organizó un taller con 25 horas de trabajo, donde los participantes trabajaron con los ejemplos desarrollados en cinco sesiones. Durante este proceso, se recopilaron tres corpus de datos. El primero, consistió en registros de discursos verbales, tales como preguntas, comentarios, respuestas, soluciones, ofrecidos por los participantes sobre la claridad y utilidad percibida de los ejemplos. El segundo, correspondió a una encuesta relacionada con la percepción general de los materiales. El tercero, con una evaluación en el impacto en el aprendizaje, basada en la opinión de los participantes.

El contenido de los discursos se registró y se analizó con la herramienta Atlas.Ti, lo que permitió codificar comentarios y extraer información más profunda sobre los materiales. Las categorías identificadas como positivas fueron: Contenido, didáctica y relevancia. Las categorías sujetas a mejoras fueron: Compatibilidad con distintos dispositivos y aumento de la cantidad de ejemplos.

En la Figura 3, se muestran resultados de satisfacción de los ejemplos, en donde se toma la perspectiva del Indicador Promotor Neto (IPN).

**Figura 3.** Evaluación de ejemplos por especialistas.



En la Figura 3, para calcular el IPN con respecto a la evaluación de contenidos, se tuvieron 26 respuestas, de las cuales 19 se categorizaron como promotores (por los puntajes de 10 y 9), 2 pasivos y 1 detractor. Conforme el cálculo del indicador, el porcentaje de promotores (0.7307) menos el porcentaje de detractores (0.0384) mostró que la percepción fue del 69.23% lo que indica que la mayoría de los participantes valoró positivamente a los recursos.

Al aplicar el mismo procedimiento para medir la percepción de aprendizaje, se tuvieron 20 promotores, 6 pasivos y ningún detractor, lo que representa un IPN=76.92%. Existe una percepción favorable en términos de conocimiento, comprensión y habilidades, así como la experiencia general del usuario al trabajar con los ejemplos desarrollados.

Evaluación: Tras revisar los materiales y aplicar mejoras, se amplió el repositorio a 21 ejemplos y se optimizó la compatibilidad de la aplicación para alojarla en un sitio de la UNAM. Posteriormente, se llevó a cabo una prueba piloto con 45 estudiantes de la carrera de Ingeniería Industrial de la FES Aragón.

El experimento tuvo como objetivo medir la efectividad del aprendizaje mediante los ejemplos desarrollados, evaluando cómo varía el desempeño de los estudiantes antes y después de la intervención. Para ello, se aplicó la prueba Mann-Whitney, bajo la hipótesis nula de que no existe diferencia en el desempeño entre las condiciones (es decir, antes y después de la intervención).

Los resultados arrojaron dos p-valores: 0.033 sin ajuste y 0.028 ajustado para empates. Ambos valores, inferiores al nivel de significancia de 0.05, indican diferencias estadísticamente significativas en el desempeño entre las condiciones evaluadas.

Aunado a lo anterior, la pregunta cualitativa; “¿Recomendarías el recurso para alumnos de 2do semestre que estén cursando la asignatura de álgebra lineal?”, también fue analizada con la métrica IPN, de donde se obtuvo un 82.22%, porcentaje mayor del que se había obtenido con los evaluadores.

Esto se reinterpreta en los siguientes términos. La intervención basada en ejemplos desarrollados, mediante la metodología ABE y el diseño instruccional ADDIE, generó un cambio significativo en los resultados de los participantes, lo cual respalda la efectividad de la intervención y sugiere que los estudiantes aprendieron de manera más significativa al interactuar con estos recursos.

## CONCLUSIONES

Se han realizado pruebas que muestran que la integración del ABE y un diseño instruccional basado en el modelo ADDIE puede mejorar significativamente la enseñanza de Álgebra Lineal en el contexto de la formación en ingeniería.

Los resultados obtenidos, evidenciados mediante el diseño de Mann-Whitney y valores obtenidos de  $p$ , indican que los estudiantes que interactuaron con los ejemplos desarrollados experimentaron una mejora significativa en su desempeño, en comparación con la medición inicial. Además, el recurso obtuvo un IPN del 82.22% por parte de los estudiantes en la prueba piloto, lo que sugiere una alta aceptación y percepción de utilidad que respalda el potencial de ejemplos desarrollados.

Esto confirma que la metodología aplicada facilitó una comprensión más profunda y una mayor capacidad para aplicar conceptos de álgebra lineal en contextos reales. Asimismo, se reconoce que la retroalimentación de especialistas coadyuvó a promover una experiencia de aprendizaje activo y significativo. Se responde positivamente a la pregunta de investigación, ya que se lograron desarrollar ejemplos innovadores y recursos educativos que, mediados por tecnología, potencian la resolución de problemas y mejoran el desempeño estudiantil. Es importante, en el contexto del proyecto, continuar con el desarrollo de más ejemplos, asimismo, ampliar la muestra y aplicar este enfoque en otros contextos o asignaturas.

El artículo ha sido posible gracias al apoyo recibido de la Dirección General de Asuntos del Personal Académico DGAPA de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), a través del proyecto PAPIME PE101224.

Se agradece el apoyo del Ing. Gustavo Ruiz Cerezo y los becarios Jessica Montserrat Vega Álvarez y Guillermo Alexis Gazanini Neria.

## BIBLIOGRAFÍA

- Bernier, J., & Zandieh, M. (2024). Comparing student strategies in a game-based and pen-and-paper task for linear algebra. *The Journal of Mathematical Behavior*, 73(1), 101105. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2023.101105>.
- Bouhjar, K., Andrews-Larson, C., & Haider, M. (2021). An analytical comparison of students' reasoning in the context of inquiry-oriented instruction: The case of span and linear independence. *The Journal of Mathematical Behavior*, 64(2), 100908. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2021.100908>.
- Caglayan, G. (2018). Coordinating analytic and visual approaches: Math majors' understanding of orthogonal Hermite polynomials in the inner product space  $\mathbb{P}_n\mathbb{R}$  in a technology-assisted learning environment. *The Journal of Mathematical Behavior*, 52(3), 36–50. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.03.006>.
- Caglayan, G. (2015). Making sense of eigenvalue–eigenvector relationships: Math majors' linear algebra–geometry connections in a dynamic environment. *The Journal of Mathematical Behavior*, 40(3), 63–82. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.08.003>.
- Calvillo, O., Rodríguez, E., & Rodríguez, A. (2015). La tecnología aplicada a la enseñanza de las ciencias básicas. *Revista Electrónica ANFEI Digital*, 7(2), 45–52. <https://anfei.mx/revista/index.php/revista/article/view/135>.
- Carlson, D. (1993). Teaching linear algebra: Must the fog always roll in? *The College Mathematics Journal*, 24(1), 29–40.
- Dogan, H. (2018). Differing instructional modalities and cognitive structures: Linear algebra. *Linear Algebra and its Applications*, 542(2), 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.laa.2017.07.007>.
- Harel, G. (2017). The learning and teaching of linear algebra: Observations and generalizations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 46(2), 192–210. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.02.007>.
- Martínez, F. (2021). Aprendizaje, enseñanza, conocimiento: Tres acepciones del constructivismo. *Perfiles Educativos*, 43(174), 1–15. <https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2021.174.60208>.

- Renkl, A. (2021). The worked example principle in multimedia learning. En R. E. Mayer & L. Fiorella (Eds.), *The Cambridge handbook of multimedia learning* (pp. 231–240). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781108894333.023>.
- Seel, N., Lehmann, T., Blumschein, P., & Podolskiy, O. A. (2017). Models of instructional design. En N. Seel, T. Lehmann, P. Blumschein, & O. Podolskiy (Eds.), *Instructional design for learning* (pp. 45–107). Sense Publishers. [https://doi.org/10.1007/978-94-6300-941-6\\_3](https://doi.org/10.1007/978-94-6300-941-6_3).
- Serbin, K., Sánchez, B., Truman, J., Watson, K., & Wawro, M. (2020). Characterizing quantum physics students' conceptual and procedural knowledge of the characteristic equation. *The Journal of Mathematical Behavior*, 58(3), 100777. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100777>.
- Sweller, J., & Cooper, G. A. (1985). The use of worked examples as a substitute for problem solving in learning algebra. *Cognitive Instruction*, 2(2), 59–89. [https://doi.org/10.1207/s1532690xci0201\\_3](https://doi.org/10.1207/s1532690xci0201_3).
- Taguchi, Y. (2020). Introduction to linear algebra. En *Unsupervised feature extraction applied to bioinformatics. Unsupervised and semi-supervised learning* (pp. 1–20). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-22456-1\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-22456-1_1).
- Wesenberg, L., Krieglstein, F., Jansen, S., & Daniel, R. G. (2025). Teaching with worked examples: Why the selection of problems for exemplification is critical. *Contemporary Educational Psychology*, 80(2), 102328. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2024.102328>.