

REVOLUCIONANDO EL ÁLGEBRA LINEAL: UNA APLICACIÓN MÓVIL INNOVADORA PARA COMPRENDER LAS TRANSFORMACIONES LINEALES

REVOLUTIONIZING LINEAR ALGEBRA: AN INNOVATIVE MOBILE APP FOR UNDERSTANDING LINEAR TRANSFORMATIONS

J. A. Felix Felix¹
L. Nevárez Chávez²
A. Hernández Quintana³
A. Camacho Ríos⁴

RESUMEN

El objetivo principal de este estudio es desarrollar una aplicación móvil innovadora y educativa que facilite la comprensión y práctica de las transformaciones lineales, un tema fundamental en el álgebra lineal. Esta herramienta busca ofrecer a los estudiantes una forma interactiva de aprender. Se propone una metodología de software iterativa, donde se integran características personalizadas de acuerdo con las necesidades del usuario. La interfaz será intuitiva, asegurando un fácil uso tanto para estudiantes como para educadores, logrando la práctica autónoma y a su propio ritmo. Entre las limitaciones se encuentra la exclusión de usuarios de sistemas operativos iOS, ya que será desarrollada para dispositivos Android. Sin embargo, la aplicación está diseñada para ser gratuita y sin publicidad, lo que aumenta su accesibilidad. La originalidad de esta propuesta radica en el enfoque específico en transformaciones lineales, un área que ha sido poco explorada en aplicaciones móviles existentes. El análisis de aplicaciones existentes reveló una falta de herramientas para abordar las transformaciones lineales. La propuesta de esta aplicación representa un avance significativo en la educación matemática.

ABSTRACT

The main objective of this study is to develop an innovative and educational mobile application that facilitates the understanding and practice of linear transformations, a fundamental topic in linear algebra. This tool aims to provide students with an interactive way to learn. An iterative software methodology is proposed, integrating personalized features according to user needs. The interface will be intuitive, ensuring ease of use for both students and educators, enabling autonomous practice at their own pace. One of the limitations is the exclusion of iOS users, as it will be developed for Android devices. However, the application is designed to be free and ad-free, increasing its accessibility. The originality of this proposal lies in its specific focus on linear transformations, an area that has been largely unexplored in existing mobile applications. The analysis of available applications revealed a lack of tools for addressing linear transformations. This application's proposal represents a significant advancement in mathematics education.

ANTECEDENTES

Si bien existe una gran variedad de herramientas digitales dedicadas a la resolución de problemas en el ámbito del álgebra lineal, se observa una carencia de aplicaciones especializadas en el estudio y solución de transformaciones lineales. A pesar de la abundancia de recursos tecnológicos orientados a la enseñanza del álgebra lineal, la investigación realizada destaca la necesidad de una aplicación específica que facilite la comprensión y el desarrollo de estos conceptos en el aula.

¹ Profesor. Universidad Tecnológica de Parral. jafelix@utparral.edu.mx

² Profesor del TecNM campus Chihuahua II. leonardo.nc@chihuahua2.tecnm.mx

³ Profesor del TecNM campus Chihuahua II. andres.hq@chihuahua2.tecnm.mx

⁴ Profesor del TecNM campus Chihuahua II. alberto.cr@chihuahua2.tecnm.mx

En este contexto, el presente proyecto tiene como objetivo el diseño y desarrollo de una aplicación móvil para la resolución de ejercicios de transformaciones lineales. Dicha aplicación se concibe como una herramienta didáctica intuitiva, que permitirá a docentes y estudiantes abordar problemas de este campo sin requerir conexión a internet, optimizando así la enseñanza y el aprendizaje de la materia. La aplicación está basada en el temario de Álgebra Lineal del Tecnológico Nacional de México y será un recurso complementario para reforzar los conceptos esenciales de la asignatura.

No obstante, dada la diversidad de aplicaciones móviles y plataformas web disponibles para el estudio del álgebra lineal, surge la necesidad de justificar la pertinencia de esta propuesta en el contexto educativo actual. Por ello, se ha llevado a cabo una investigación exhaustiva que incluye el análisis de diversas aplicaciones enfocadas en la resolución de transformaciones lineales. Dicho estudio permitió identificar características, ventajas y limitaciones de las herramientas existentes, con el propósito de desarrollar un recurso que optimice la enseñanza y el aprendizaje de las transformaciones lineales.

Cabe destacar que esta aplicación ha sido diseñada exclusivamente para el sistema operativo Android, por lo que, en su versión inicial, no estará disponible para otras plataformas. No obstante, su desarrollo se fundamenta en la cobertura de los conceptos esenciales del álgebra lineal, alineándose con los temarios académicos vigentes y proporcionando una solución accesible para cualquier persona interesada en mejorar su comprensión de las transformaciones lineales.

METODOLOGÍA

Para lograr una aplicación completa, es necesario emplear una metodología que facilite su desarrollo. Tras un análisis exhaustivo, se determinó que la metodología iterativa es la más adecuada para este proyecto, ya que permite un proceso de mejora continua y adaptación a las necesidades del desarrollo, la selección de la misma se debió a su enfoque incremental que permite desarrollar el proyecto en una serie de iteraciones. Cada iteración consiste en el desarrollo parcial de la aplicación, enfocado en los requerimientos específicos solicitados.

El proyecto se dividió en fases, las cuales podrán ser revisadas y modificadas según las observaciones, hasta alcanzar el propósito esperado. Cada fase tiene sus etapas con el fin de entender el tema y desarrollarlo de manera adecuada.

El desarrollo de este proyecto ha seguido un enfoque basado en la metodología iterativa, la cual permite una construcción progresiva a través de ciclos de prueba y ajuste. A lo largo de cada fase, se han realizado mejoras continuas mediante la retroalimentación y la evaluación constante de los resultados obtenidos.

Fase 1. Determinación de una transformación lineal

La primera fase del proyecto consistió en el desarrollo de la programación necesaria para verificar si un ejercicio dado representa una transformación lineal. Para ello, fue fundamental un estudio profundo del tema, lo que implicó la consulta de expertos en ciencias básicas. Su retroalimentación permitió definir los criterios y requisitos necesarios para una implementación precisa en código.

Con una comprensión sólida del problema, se procedió a la implementación en Python, seleccionado por su amplio conjunto de librerías especializadas en operaciones matemáticas y su capacidad para representar procesos algebraicos de manera eficiente.

Siguiendo el enfoque iterativo, se realizaron pruebas continuas desde las primeras versiones del código. Esto permitió detectar áreas de mejora en una etapa temprana del desarrollo, facilitando ajustes antes de que el avance fuera demasiado significativo. Gracias a esta estrategia, se optimizaron tanto la lógica del algoritmo como su desempeño, asegurando resultados precisos y eficientes.

Para finalizar la fase, la programación en Python se integró con el entorno de desarrollo elegido: Android Studio. Este IDE fue seleccionado por su capacidad para crear aplicaciones móviles intuitivas y funcionales. La integración se realizó en varias iteraciones, asegurando que la aplicación ejecutara correctamente las verificaciones de transformación lineal en un entorno móvil. Como resultado, se obtuvo una fase inicial funcional y con resultados favorables.

Fase 2 y 3. Desarrollo en proceso.

Actualmente, el proyecto se encuentra en las fases dos y tres, las cuales siguen el mismo enfoque iterativo. Aunque aún no se han obtenido resultados definitivos, cada una de estas etapas atraviesa ciclos de prueba, ajuste y optimización similares a los de la fase uno.

El uso de la metodología iterativa ha sido clave en este proceso, permitiendo la adaptación constante a los desafíos encontrados y garantizando que cada avance se base en pruebas previas y mejoras progresivas. De este modo, el proyecto evoluciona con una estructura sólida y fundamentada en la optimización continua.

Innovando en el aprendizaje

El objetivo de integrar aplicaciones móviles en la educación moderna surge a medida que las tecnologías innovan, ya que con ello aparecen nuevos retos para su implementación en distintas disciplinas y ámbitos laborales. Estas herramientas contribuyen a facilitar la realización de diversas actividades establecidas.

Se resalta la importancia de la colaboración entre expertos en docencia, álgebra lineal y programación para desarrollar una aplicación que satisfaga las necesidades de estas disciplinas. Además, se busca fomentar el uso ético de las aplicaciones móviles en el aula, combinando educación tradicional y moderna. Se realizaron estudios que mostraron que, aunque existen muchas aplicaciones para álgebra lineal, pocas abordan específicamente las transformaciones lineales.

La estructura de la Tabla 1 proporciona material que presenta las aplicaciones analizadas, cuyo funcionamiento fue analizado, concluyéndose que carecen del tema de transformaciones lineales.

Tabla 1. Resumen de estudio de aplicaciones de Álgebra Lineal.

Aplicación	Costo	Contiene el tema	Icono
<u>Symbolab</u>	Pago mensual aproximadamente \$6.99 USD y una tarifa anual de \$48.00 USD	X	 (Avny, 2011)
<u>Wolfram Alpha</u>	Pago mensual desde \$145.00 hasta \$245.00 y pago anual desde \$100.00 hasta \$170.00	X	 (Stephen Wolfram, Wolfram Research, 2009)
<u>MatLab</u>	Pago anual desde \$99.00 USD hasta \$3,800.00 USD	X	 (Fernández, 2006)
<u>MathMaster</u>	Pago el primer mes \$199.00, a partir del segundo mes \$399.00	X	 (Limited, 2023)

El estudio previamente mencionado respalda la importancia de implementar nuevos métodos de enseñanza en el aula mediante el uso de diversas herramientas que promuevan una transformación significativa en el aprendizaje. La simulación desarrollada para la resolución de transformaciones lineales representa un avance en la aplicación de la tecnología móvil a las ciencias básicas, al facilitar y optimizar el proceso de enseñanza.

Desarrollo de aplicación

Estudio del tema

Los conocimientos adquiridos en la asignatura de Álgebra Lineal, junto con la asesoría de expertos en el tema pertenecientes al programa de posgrado actualmente cursado, contribuyeron significativamente a alcanzar los objetivos previamente planteados. Asimismo, se consultaron libros como Álgebra Lineal de Stanley I. Grossman, en su séptima edición, el cual proporciona definiciones y ejemplos fundamentales para realizar los cálculos necesarios y determinar si una función es una transformación lineal, además de abordar otros temas relevantes para la aplicación.

“Una transformación lineal se define de la siguiente manera: Sean V y W espacios vectoriales reales. Una transformación lineal T de V en W es una función que asigna a cada vector $v \in V$ un vector único $Tv \in W$ y que satisface, para cada u y v en V y cada escalar α ”

$$T(u + v) = Tu + Tv \quad (1)$$

$$T(\alpha v) = \alpha Tv \quad (2)$$

(Grossman & Godoy, 2012)

A continuación, en la Figura 1, se muestra un ejemplo de cómo resolver una transformación para determinar si es o no una transformación lineal:

Figura 1. Ejemplo de una transformación lineal.

Sea $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ x - y \\ 3y \end{pmatrix}$. Por ejemplo, $T \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -9 \end{pmatrix}$. Entonces

$$\begin{aligned} T \left[\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} \right] &= T \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 + y_1 + y_2 \\ x_1 + x_2 - y_1 - y_2 \\ 3y_1 + 3y_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} x_1 + y_1 \\ x_1 - y_1 \\ 3y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 + y_2 \\ x_2 - y_2 \\ 3y_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Pero

$$\begin{pmatrix} x_1 + y_1 \\ x_1 - y_1 \\ 3y_1 \end{pmatrix} - T \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 + y_2 \\ x_2 - y_2 \\ 3y_2 \end{pmatrix} - T \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

Así,

$$T \left[\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} \right] = T \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + T \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

De manera similar,

$$T \left[\alpha \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right] = T \begin{pmatrix} \alpha x \\ \alpha y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha x + \alpha y \\ \alpha x - \alpha y \\ 3\alpha y \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} x + y \\ x - y \\ 3y \end{pmatrix} = \alpha T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Así, T es una transformación lineal.

Fuente: Grossman & Godoy (2012)

Codificación en Python

Tras comprender el tema a través de ejercicios manuales con cuaderno, lápiz y calculadora, se procedió a codificar las soluciones para los diferentes casos que puedan surgir en la determinación de una transformación lineal.

Se seleccionó Spyder como IDE para la codificación en Python, ya que esta herramienta facilita la detección visual de errores sencillos y ofrece un entorno fácil de entender y manejar.

Para los cálculos matemáticos del código, se emplearon diversas librerías especializadas. Tras analizar varias opciones, se decidió utilizar SymPy para la manipulación de expresiones matemáticas simbólicas, ya que “es una biblioteca de Python para matemáticas simbólicas. Su propósito es llegar a ser un sistema de álgebra por computadora (CAS) completo manteniendo el código tan simple como sea posible para poder ser legible y extensible de manera fácil. SymPy está escrito en Python enteramente” (Team, 2023). Además, se empleó NumPy para los cálculos numéricos y matriciales necesarios, ya que “es un proyecto de código abierto que permite realizar cálculos numéricos con Python” (NumPy, 2005). Finalmente, se utilizó la librería re para las operaciones con expresiones regulares.

Como se muestra en la figura 2, el código realiza los cálculos necesarios para determinar si es o no una transformación lineal, y muestra el resultado en la consola, similar al obtenido en el cuaderno.

Figura 2. Resultado determinación de una transformación.

```

In [4]: runfile('C:/Users/Lenovo/Documents/INTITUTO TECNOLOGICO DE CHIHUAHUA II/SEMINARIO/
Transformacion2.py', wdir='C:/Users/Lenovo/Documents/INTITUTO TECNOLOGICO DE CHIHUAHUA II/
SEMINARIO')
Ingrese la dimensión en la que está el problema: 2
Ingrese la dimensión en la que va el problema: 2
Ingrese la transformación de X1: x**2
Ingrese la transformación de X2: y**2
Vector transformado: [x1**2, x2**2]
Vector U: [u1, u2]
Vector V: [v1, v2]
T [u1 + v1, u2 + v2] = [(u1 + v1)**2, (u2 + v2)**2]
T [u1, u2] + T [v1, v2] = [u1**2, u2**2] + [v1**2, v2**2] = [u1**2 + v1**2, u2**2 + v2**2]
False
T [v1*α, v2*α] = [v1**2*α**2, v2**2*α**2]
T α * [v1, v2] = α * [v1**2, v2**2] = [v1**2*α, v2**2*α]
False
No es una transformacion lineal

```

Integración y diseño

El código fue limpiado, probado y corregido por expertos, y luego se integró en Android Studio, que permite desarrollar aplicaciones para Android. Se usó Java para las funciones de botones y pantallas, y XML para diseñar la interfaz. La aplicación fue diseñada como herramienta de apoyo en el aula, con acceso directo y sin necesidad de inicio de sesión.

Como se ha mencionado anteriormente, la aplicación abarca tres temas clave relacionados con las transformaciones lineales:

- Determinación de una transformación lineal.
- Cálculo del núcleo de una transformación lineal.
- Determinación de la imagen de una transformación lineal.

Para optimizar la experiencia del usuario, cada uno de estos temas se presenta en pantallas separadas, lo que permite que los procesos se aborden de manera independiente. No obstante, el diseño de la aplicación se ha mantenido coherente con el objetivo de que se asemeje a los ejercicios tradicionales realizados en un cuaderno, partiendo de la premisa de que los usuarios ya tienen conocimientos previos de álgebra lineal, necesarios para comprender los temas tratados.

Pantallas

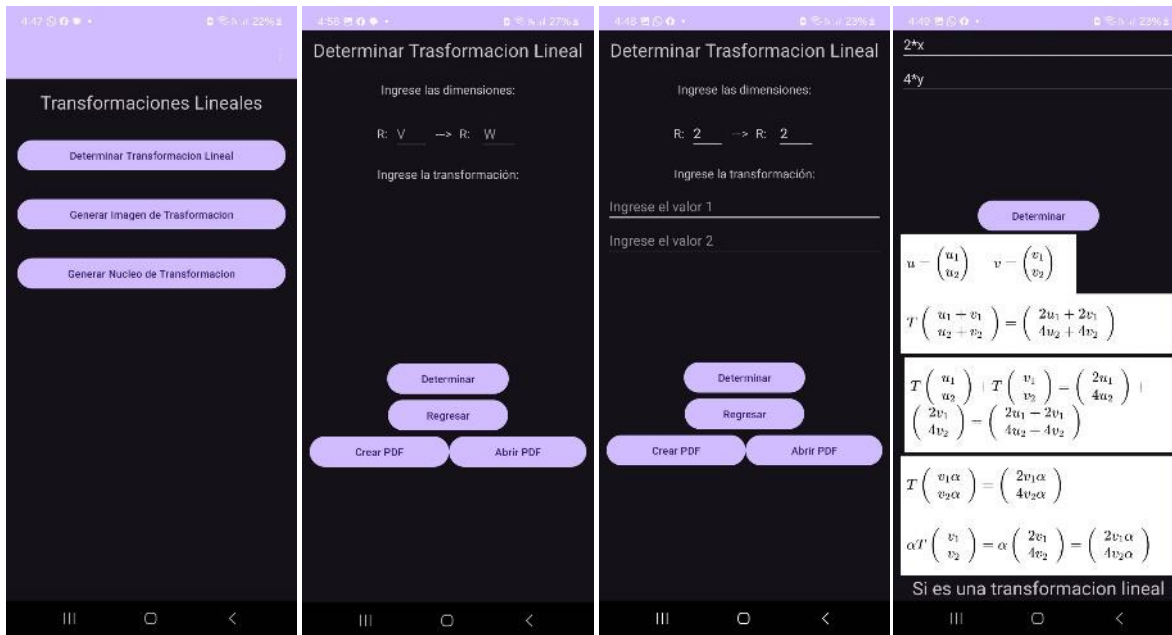
La Figura 3 muestra las pantallas actuales de la aplicación móvil. Estas se dividen en una pantalla de inicio, que presenta el título del tema y tres botones para seleccionar el cálculo a realizar.

Al hacer clic en el botón "Determinar transformación lineal", la aplicación redirige a la pantalla de cálculo, diseñada para simular el entorno de un cuaderno. Esta pantalla contiene los espacios necesarios para ingresar los datos del espacio vectorial de origen y destino. Además, a medida que se llenan estos campos, se generan automáticamente nuevos campos según las dimensiones requeridas del espacio vectorial.

En esta misma pantalla, hay cuatro botones adicionales con las siguientes funciones: determinar la transformación, generar un archivo PDF y descargarlo. El botón "Determinar" calcula la transformación lineal con base en los espacios vectoriales ingresados y el problema planteado. La aplicación muestra el resultado de manera estructurada, simulando un cálculo

en un cuaderno y desglosando el procedimiento en pasos para facilitar su comprensión.

Figura 3. Pantallas de aplicación.



Es importante destacar que en la actualidad se está trabajando en la comprensión de los temas restantes con el fin de, en el futuro, desarrollar los pasos correspondientes siguiendo la metodología previamente descrita. Por ello, no es posible detallar, en este momento, las pantallas adicionales de la aplicación.

RESULTADOS

El proyecto ha logrado un avance significativo en cuanto a su funcionalidad, obteniendo resultados favorables en las partes que ya han sido completadas. Estos resultados se basan en pruebas exhaustivas realizadas durante la programación en Python y la integración con el diseño de la aplicación. Como resultado, la herramienta ofrece una experiencia de usuario intuitiva, fácil de utilizar, visualmente atractiva y, sobre todo, precisa, garantizando que no se cometan errores en los ejercicios ingresados.

En cuanto al diseño de la interfaz, durante la integración con Android Studio, se decidió implementar un enfoque gradual, adaptando la funcionalidad según las necesidades del usuario. Las pruebas realizadas permitieron desarrollar una interfaz sencilla y amigable que simula, en la medida de lo posible, una clase tradicional en el aula. A partir de lo mencionado anteriormente, se deriva el concepto de fidelidad matemática.

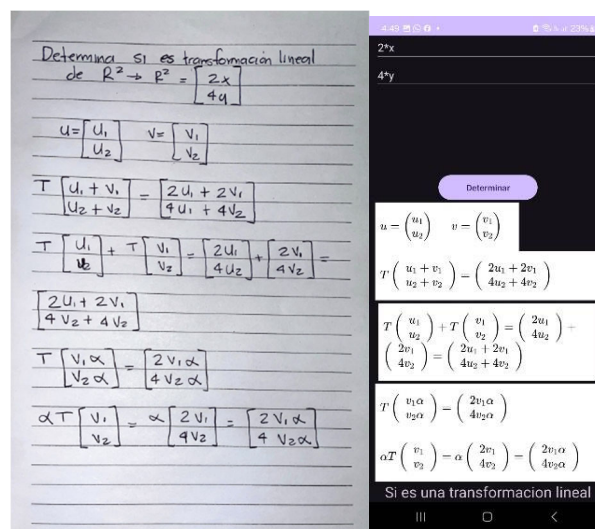
La fidelidad matemática hace referencia a la capacidad de desarrollar software que genere resultados similares al lenguaje matemático y simbólico utilizado por los docentes en el aula. Este lenguaje puede basarse en una amplia variedad de autores que han elaborado volúmenes dedicados a temas de matemáticas.

“En los dominios informáticos y del aula, la fidelidad se debe mirar a través de la distancia

que separa el ámbito escolar del software y que toma dos rutas que se complementan. La primera relacionada con el trabajo que realiza el software sobre el conocimiento escolar, cuya manipulación alude una asociación de contextos instalados en un entorno epistemológico. La segunda va de lado de la interfaz del software y refiere el parentesco simbólico de los elementos que la integran con aquellos que se comunican en el aula”. (Camacho Ríos et al., 2019)

En base a lo anterior, se lleva a cabo una comparativa que se muestra en la Figura 4, entre los resultados obtenidos mediante el paso a paso de la aplicación y la forma en que se realizan en el cuaderno.

Figura 4. Comparación para demostrar la fidelidad matemática.



La Figura 4 muestra la resolución de un problema para determinar si una función es o no una transformación lineal, representada tanto de manera escrita en un cuaderno como a través de la aplicación. Esto demuestra que se alcanza una fidelidad matemática al respetar la simbología y el lenguaje matemático utilizados en el tema, lo que resulta en un resultado favorable en el desarrollo de la aplicación móvil.

Aunque la primera fase de la aplicación está lista para su uso, aún queda pendiente completar el desarrollo de los dos temas restantes que formarán parte de la aplicación. Debido a esto, todavía no es posible proporcionar detalles completos sobre estas fases, ya que todavía están en desarrollo.

CONCLUSIONES

El desarrollo de herramientas educativas que faciliten la comprensión de conceptos complejos en el ámbito matemático, como las transformaciones lineales, ha sido identificado como una necesidad en la educación actual. De acuerdo con una investigación exhaustiva, se determinó que existe una carencia de herramientas específicas y accesibles que permitan a los estudiantes abordar este tema de manera interactiva. Aunque existen diversas aplicaciones dedicadas al álgebra lineal, hasta el momento no hay ninguna que se centre en las

transformaciones lineales, lo que representa un desafío importante en la enseñanza de esta área.

Uno de los hallazgos clave es la innovación en el uso de aplicaciones móviles como solución efectiva para mejorar el aprendizaje. Al permitir la práctica autónoma mediante ejemplos paso a paso, visualizaciones dinámicas y la creación de ejercicios personalizados, estas herramientas pueden simplificar el proceso de aprendizaje. Además, se destaca la importancia de diseñar una interfaz intuitiva y amigable que simule la experiencia de resolver problemas en un cuaderno, ofreciendo una transición fluida entre los métodos tradicionales de aprendizaje y el uso de tecnología.

Como se mencionó anteriormente, las tecnologías no reemplazan la enseñanza tradicional; por el contrario, llegan para ser una herramienta de apoyo que facilita tanto el aprendizaje del alumno como la preparación y explicación de los temas para el docente. De este modo, contribuyen al aprendizaje integral de los contenidos desarrollados en cada materia.

Además, se subraya la necesidad de una colaboración continua entre educadores y desarrolladores de software, para asegurar que las aplicaciones sigan alineadas con los objetivos pedagógicos y respondan a las necesidades cambiantes de los usuarios. A pesar del progreso logrado, se recomienda continuar trabajando en versiones futuras que amplíen su alcance y funcionalidades, especialmente en la inclusión de más sistemas operativos y en la capacidad de resolver problemas gráficos más complejos.

Estas propuestas presentan una solución innovadora que puede marcar un hito en la educación matemática, mejorando la comprensión de las transformaciones lineales mediante la tecnología móvil y respondiendo a una necesidad crítica en el ámbito académico.

BIBLIOGRAFÍA

- Avny, R. B. (2011). *Symbolab*. Obtenido de <https://es.symbolab.com/>
- Camacho Rios, A., Caldera Franco, M. I., & Valenzuela Gonzalez, V. (Abril de 2019). Fidelidad en el uso de app para la resolución de ecuaciones diferenciales. *apertura*, 11(1), 74-89. doi:<http://dx.doi.org/10.32870/Ap.v11n1.1463>
- Fernández, M. C. (2006). *Manual Basico de MatLab*. Madrid, España: Servicios Informáticos U.C.M .
- Grossman, S. I., & Godoy, J. J. (2012). *Álgebra Lineal* (Septima ed.). (P. E. Roig Vázquez, Ed.) México D.F.: The McGraw-Hill Companies, Inc.
- Limited, A. M. (2023). *MathMaster*. Obtenido de MathMaster: <https://math-master.org/>
- NumPy. (10 de 06 de 2005). *NumPy*. Obtenido de NumPy: <https://numpy.org/about/>
- Stephen Wolfram, Wolfram Research. (15 de Mayp de 2009). *WolframAlpha*. Obtenido de WolframAlpha: <https://es.wolframalpha.com/>
- Team, S. D. (10 de 05 de 2023). *Sympy*. Obtenido de Sympy: <https://www.sympy.org/es/>