APLICACIÓN PARA MEJORAR LA ENSEÑANZA DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES

G. Camacho Ríos[1]

RESUMEN

Esta investigación plantea una Aplicación que ayude a mejorar la parte operativa de la Resolución de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, que se enseñan a nivel de ingeniería en el Sistema Tecnológico Nacional de México con técnicas diferentes a las que se utilizan comúnmente en el aula. La Aplicación integra elementos multimedia y al software conocido como *Mathematica 10*, así como evaluaciones que permiten medir las capacidades de su uso por parte de los estudiantes. Esta última, fue atendida por un grupo de 20 alumnos del 4º semestre de la carrera de Ingeniería en Sistemas Computacionales, los cuales resolvieron dos ecuaciones diferenciales de segundo orden con condiciones iniciales, vía el método de Coeficientes Indeterminados, la primera sin el uso del software y la segunda con el mismo. El objetivo se dividió en dos partes: con la primera se buscó verificar la capacidad de los estudiantes para hacer uso de la Aplicación, y con la segunda, observar los cambios ante el conocimiento previamente enseñado. Los resultados muestran inconsistencias y problemas de uso de las técnicas matemáticas ante el primer problema, en al menos 15 estudiantes, mientras que para el segundo, la mayoría logró resolverlo e incluso determinar la gráfica de la solución.

ANTECEDENTES

El proyecto se asume al tema de la conferencia: La Formación de los Estudiantes de Ingeniería para enfrentar los Retos Globales, particularmente en el objetivo especifico: Conocer las experiencias de la aplicación de las nuevas tecnologías de las comunicaciones y de la computación para un mejor aprendizaje de los estudiantes.

Según Martínez (2006), el uso masivo de las computadoras y su integración al Internet han dado paso en la actualidad, a una nueva y revolucionaria forma de lectura que empieza a tener un impacto en el desarrollo del saber: la Lectura Electrónica, conocida también como e-reading, ciber-lectura o lectura digital. De esta manera, la práctica de la lectura tradicional del texto impreso que se había mantenido casi inalterable desde hace poco más de 450 años, desde la invención de la imprenta, a mediados del siglo XV, hasta nuestros días, empieza a compartir su hegemonía en los umbrales del siglo XXI con los textos electrónicos leídos en las pantallas de las computadoras. Al respecto, y según los últimos datos, se estima que actualmente existen medio billón de páginas Web al otro lado de la pantalla. Todo ésto hace posible, de acuerdo a la UNESCO, que el conocimiento y la información se estén duplicando casi cada cinco o diez años.

Así, Gil (n.d.), el libro digital representa una herramienta indispensable para la práctica docente del siglo XXI, no sólo como herramienta eficaz para la introducción de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje, sino también para dar respuesta a las necesidades y expectativas de una generación que emerge con el uso de las nuevas tecnologías. Es así que casas editoriales promueven, todavía con poca difusión y aceptación, libros electrónicos para la enseñanza de las ciencias. Por ejemplo: Etrillas (2013), Springer (n.d.) y Cambridge (n.d.), promueven manuales escolares electrónicos de Matemáticas, como por ejemplo de Ecuaciones Diferenciales y otras áreas.

[1] Estudiante de Maestría, Instituto Tecnológico de Chihuahua II. gabycamachorios@hotmail.com

No obstante, en estos documentos se invita a los estudiantes a utilizar software educativo para la resolución de problemas: *Mathematica 10, MatLab*, entre otros, ello sucede incluso en los libros impresos. Sin embargo, no se indica cómo hacer un uso efectivo de dicho software. Por su lado, el software educativo como el *Mathematica 10* ha sido eventualmente llevado por profesores al salón de clases en el nivel Superior de enseñanza, con la finalidad de hacer más explícita la resolución de problemas de las diferentes asignaturas. No obstante, en las múltiples versiones del software, sólo se plantean ejemplos tutoriales con los cuales es posibles que los estudiantes asemejen a éstos, la resolución de aquellos que los profesores les plantean.

Por su lado, iBooks Author (iBA) es una nueva herramienta de Apple que permite la generación de libros electrónicos interactivos. Esta herramienta supone una buena posibilidad para aquellos docentes que quieran "reinventar" sus materiales y migrar sus contenidos educativos a un formato digital e interactivo. Entre otras ventajas para el alumnado, podemos afirmar que el libro digital permite aprovechar las TIC para mejorar su aprendizaje autónomo, fomentar su iniciativa e interés por aprender y agilizar la comunicación con el docente, en un entorno tecnológico avanzado.

Planteamiento del problema

Considerando las características operacionales de la resolución de problemas específicos a través de Ecuaciones Diferenciales, en el curso del mismo nombre, se hace necesario que en los textos de estudio se incorpore material multimedia que permita mejorar los aprendizajes de los conceptos en juego. La multimedia permite promover su modelación o simulación. Sin embargo, la mayoría de los textos actuales limitan esa posibilidad al usuario.

Para reconocerla, abordaremos la problemática desde dos perspectivas: 1) Realizando un breve estudio de los textos de Ecuaciones Diferenciales actuales que se utilizan para su enseñanza en el nivel Superior de Ingeniería, con el objetivo de medir el alcance de las propuestas de uso de multimedia que en ellos se haga. 2) Aplicar a los estudiantes un cuestionario con problemas específicos que se resuelven en el curso de Ecuaciones Diferenciales, para establecer el nivel de conocimiento con que cuentan.

Preguntas de investigación

Se plantearon dos preguntas que sirvieron de guía y con las que se desarrolló la investigación:

- ¿Cómo aplicar la tecnología computacional para mejorar la comprensión de las Ecuaciones Diferenciales?
- ¿Cuáles son los tópicos de las Ecuaciones Diferenciales más complejos de comprender por parte de los alumnos?

Objetivo general

Se trata de elaborar una Aplicación que integre elementos multimedia, con la cual se mejoré la operatividad de los estudiantes en la resolución de ecuaciones diferenciales, en los cursos correspondientes a nivel de ingeniería en el Tecnológico Nacional de México, de manera que a través de ellas puedan comprender la forma de resolver problemas concretos que se sugieren en los cursos.

Objetivos específicos

- Probar la capacidad de los estudiantes para hacer uso de la Aplicación en la resolución de ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden.
- Verificar el proceso de cambio en el conocimiento adquirido por los estudiantes con el uso de la Aplicación.

Justificación

En las escuelas que dependen del Sistema Tecnológico Nacional se enseña el Curso de Ecuaciones Diferenciales, principalmente a las carreras de Ingeniería en Sistemas Computacionales, Ingeniería Electrónica, Ingeniería Eléctrica, entre otras. El curso cuenta con tres horas de teoría y dos de práctica, tiene por objetivo consolidar la formación matemática de los futuros ingenieros potenciando su capacidad en el campo de las aplicaciones de las Matemáticas, fundamentalmente analizando el comportamiento de sistemas dinámicos.

En la unidad 2 del programa se estudian las Ecuaciones Diferenciales Lineales de orden superior que modelan problemas dinámicos de movimiento vibratorio y circuitos eléctricos. Dentro de las competencias genéricas se busca propiciar el uso de nuevas tecnologías en la resolución de ese tipo de problemas. Para ello, el plan de estudios propone fincar un entorno propicio en el aula o laboratorio que promueva en el estudiante el uso de las TIC: *MatCad*, *Mathematica 10*, *Maple* y hasta *calculadoras grafico-simbólicas*, de manera que se ahorre el trabajo operativo y se llegue a experimentar con la situación en estudio bajo distintas condiciones.

En el aula los profesores sugieren a los alumnos, el uso de este tipo de software, aun cuando no es claro que ellos mismos tengan un control de las actividades que con el mismo se desarrollan.

Por su lado, los autores de libros de texto de ecuaciones diferenciales más comunes a nivel Ingeniería, sugieren el uso de software como: *Mathematica 10*, *Maple*, entre otros. Por ejemplo, Kreyszig (2011) propone, de manera opcional, el uso de Sistemas Asistidos por Computadora (SAC) como el *Mathematica 10* y *Maple*, para la resolución de problemas. Por su lado, Zill (2006, p. 123) sugiere los comandos del *Mathematica 10* para resolver ecuaciones diferenciales de segundo orden, en la forma:

DSolve[y''[x] + 2 y'[x] + 2 y[x] == 0, y[x], x] (en *Mathematica 10*)

Tanto el programa del curso de Ecuaciones Diferenciales, como los textos y el profesor, sugieren la incorporación de las TIC, SAC, en el salón de clases, sin que ello tenga un peso específico efectivo en la resolución de los problemas que se sugieren para cada unidad. Esta deficiencia hace que el curso se desarrolle como un compendio de algoritmia con el que solamente se resuelven ecuaciones diferenciales, dejando de lado la parte fundamental del objetivo del mismo, que es la Resolución de Problemas.

Como se mencionó, se elaboró una Aplicación con el objetivo de mejorar el aprendizaje y uso de las Ecuaciones Diferenciales en la resolución de problemas, toda vez que facilita el auto aprendizaje y la investigación del software conocido como *Mathematica 10*.

Esta aplicación es de libre acceso. Su estructura refiere un interfaz dividido en dos partes, y que funciona de la siguiente manera:

Primer paso: Aplicación web, tipo evaluación, creada con HTML y JavaScript. Es un formulario que permite verificar el nivel de conocimiento que tienen los alumnos antes y después de utilizar la Aplicación (segundo paso).

Segundo paso: Aplicación creada con iBook Author, Latex, PowToon, iMovie. Es un libro interactivo, con una interfaz multimedia, que incorpora videos e imágenes digitales. Además de tener las mismas características funcionales que un libro impreso, ofrece mejores opciones debido a su naturaleza electrónica.

Para introducir la Aplicación en el aula, se usará un modelo praxeológico: [T, τ, θ, Θ], que nos permita incorporar en la enseñanza técnicas ajenas a la matemática escolar, como es el caso de aquellas contenidas en los diferentes tipos de software. Es así que la praxeología para la resolución de ecuaciones diferenciales de segundo orden, puede ser vista como una co-determinación entre praxeologías: matemáticas y prácticas. Para precisar en los elementos tecnológicos que las integran, se utilizará el *modelo praxeológico extendido* de Castela y Romo-Vázquez (2011), Figura 1: Un modelo de praxeología en proceso de construcción, que incorpora tanto las tecnologías teóricas θ^{th} como tecnologías prácticas θ^{p}, esquematizado como sigue:

$$\left[\begin{array}{cccc} T, & \tau, & \begin{array}{c}\theta^{th} \\ \theta^{p}\end{array} & \Theta \end{array}\right] \begin{array}{l}\leftarrow P(M)\\ \leftarrow I_u\end{array}$$

Figura 1. Modelo praxeológico extendido propuesto por Castela y Romo-Vázquez (2011), en el que se incluye a la unidad básica de análisis [T, τ, θ, Θ] una tecnología práctica θ^{p}

La Figura 1, I_u representa la institución usuaria de la matemática, en este caso la Ingeniería en Sistemas Computacionales, productora de tecnologías prácticas θ^{p}. $P(M)$ representa la disciplina matemática, constituida por la comunidad de investigadores que producen praxeologías matemáticas. Por su lado, los tipos de tareas T y las técnicas τ se corresponden con las involucradas en la unidad básica de análisis [T, τ, θ, Θ] propuesta originalmente por Chevallard (2007).

METODOLOGÍA

Se elaboró una situación didáctica para un grupo de 20 estudiantes de 4º semestre de la carrera de Ingeniería en Sistemas Computacionales (ISC), del Sistema Tecnológico Nacional de México, Figura 2. El grupo cuenta con fuertes debilidades en el desarrollo de procesos algebraicos para la resolución de ecuaciones, así como problemas en los métodos de integración, de hecho la primera unidad del curso fue acreditada por solamente 4 de ellos. La situación consistió en aplicar a cada estudiante dos ecuaciones diferenciales de segundo orden, que incluyeron condiciones iniciales, las cuales se resuelven por el método de Coeficientes Indeterminados.

Figura 2. Práctica en el aula con los alumnos.

El método fue explicado por el profesor a lo largo de tres semanas, lapso en el cual se resolvieron los suficientes ejercicios, enfatizando, principalmente, en los tres casos relacionados con la linealidad en las soluciones parciales que resultan de la parte homogénea de la ecuación, es decir: 1) Las raíces de la ecuación característica son reales y diferentes, o 2) Son reales e iguales, o bien c) Son complejas. El profesor hizo énfasis en salvar los problemas de linealidad *agregando* una *x* en aquellas soluciones donde la multiplicidad de las raíces lo hiciera necesario. Ésto último también se consideró en los casos donde las raíces de la solución particular, que se propone, de la parte no-homogénea, también se repitiera respecto de aquellas raíces que aparecen en la parte homogénea.

Las ecuaciones que se plantearon como lo muestra la Figura 3, incluían en la parte no-homogénea expresiones algebraicas, exponenciales y trigonométricas, incluso y en algunos casos, combinaciones entre éstas. Los estudiantes debían resolver, en un primer momento, una de ellas sin el software y, después de ésto, la otra, utilizando la Aplicación y el *Mathematica 10,* como lo muestra la Figura 4 y 5 respectivamente. Previamente, en al menos tres sesiones, se les mostró la Aplicación, misma que se elaboró con la finalidad de que pudieran tener acceso al software. La Aplicación incluye ejemplos puntuales con instrucciones sobre cómo escribir la ecuación en la hoja de trabajo del *Mathematica 10*, por ejemplo, en el caso más elemental:

```
DSolve[{2y''[x]+3y'[x]-2y[x] ==14x^2-4x-11,y[0] ==0,y'[0] ==0}, y, x]
```

A lo largo de las tres sesiones, de una hora cada una, se aclararon las dudas que surgieron, tratando de homogeneizar el uso del software entre ellos, toda vez que lo bajaron a su equipo de cómputo.

Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales. Puedes utilizar el Mathematica. Elige la respuesta correcta

Nombre Completo — Primer Nombre — Apellido

Resuelve: y''+4y=senx y(x)=0,y'(x)=1

a) y_G=1/3(senx+cosx)

b) y_G=1/3(cosx+senx)

c) y_G=1/10 senh2x-1/5 senx

Respuesta 1

Resuelve: y'''+y''=e^(-x)+3

a) y_G=c_1+c_2 x+c_3 e^(-x)+ x e^(-x)+3/2x^2

b) y_G=c_1 e^(-2x)+c_2 e^x+(1/4-1/2 x)e^(-x)

c) y_G=c_1+c_2 x+c_3 e^(x)+ x e^(x)+3/2x

Respuesta 2

Resuelve: y''+4y'-5y=-18e^(-5x)

a)y_G=c_1 e^(5x)+c_2 e^-x+3 xe^(5x)

b) y_G=(c_1+c_2 x-3x)cosx^2+y_G=(c_3+c_4 x-x^3)senx

c) y_G=c_1 e^(-5x)+c_2 e^x+3xe^(-5x)

Respuesta 3

Resuelve: y''+3y'+2y=e^x+senx

a) y_G=c_1 e^(x)+c_2 e^(-2x)+1/10 senx-3/10 tanx

b) y_G=c_1 e^(-x)+c_2 e^(-2x)+1/10 senx-3/10 cosx

c) y_G=c_1 e^(-x)+c_2 e^4x-4/5 cos2x-3/5 sen2x

Respuesta 4

Resuelve: y''-4y'+4y=e^2x cos^2x

a) y_G=e^x (c_1+c_2 x+c_3 x-1/8 sen2x)

b) y_G=(c_1+c_2 x-3x^2)cosx+y_G=(c_3+c_4 x-x^3)senx

c) y_G=e^2x (c_1+c_2 x+c_3 x^2-1/8 cos2x)

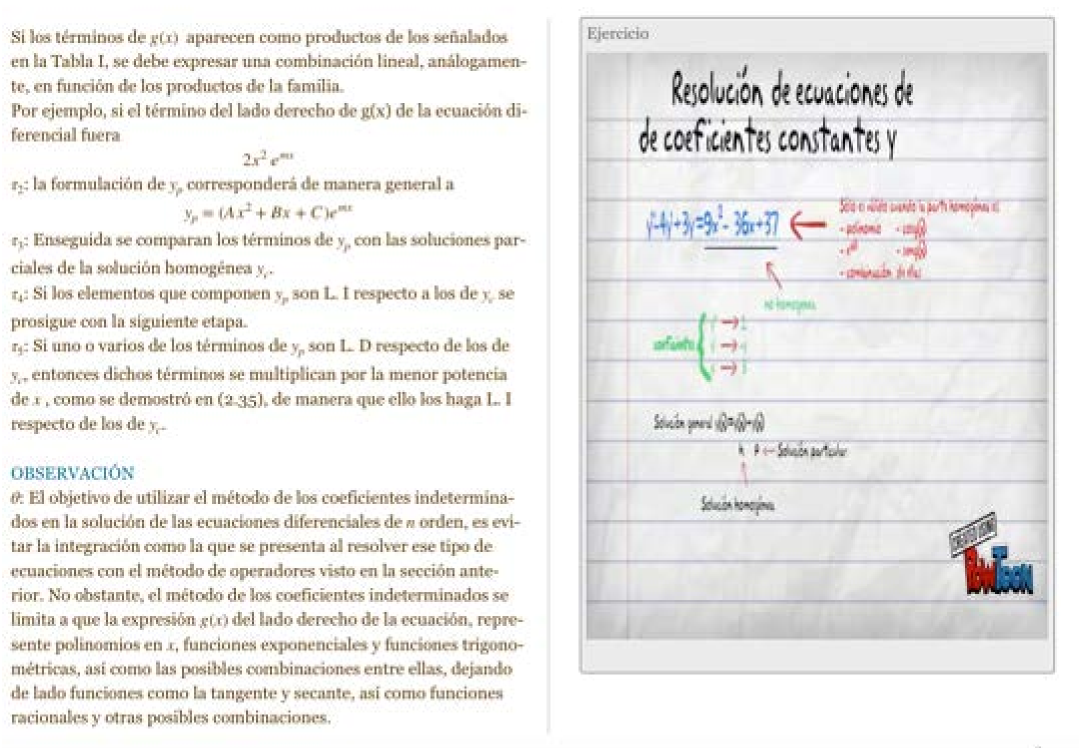
Respuesta 5

Envia tus resultados con el mathematica

Seleccionar archivo Ningún archivo seleccionado

Enviar

Figura 3. Evaluación electrónica



Si los términos de $g(x)$ aparecen como productos de los señalados en la Tabla I, se debe expresar una combinación lineal, análogamente, en función de los productos de la familia.

Por ejemplo, si el término del lado derecho de g(x) de la ecuación diferencial fuera

$$2x^2 e^{mx}$$

τ_2: la formulación de y_p corresponderá de manera general a

$$y_p = (Ax^2 + Bx + C)e^{mx}$$

τ_3: Enseguida se comparan los términos de y_p con las soluciones parciales de la solución homogénea y_c.

τ_4: Si los elementos que componen y_p son L. I respecto a los de y_c se prosigue con la siguiente etapa.

τ_5: Si uno o varios de los términos de y_p son L. D respecto de los de y_c, entonces dichos términos se multiplican por la menor potencia de x, como se demostró en (2.35), de manera que ello los haga L. I respecto de los de y_c.

OBSERVACIÓN

θ: El objetivo de utilizar el método de los coeficientes indeterminados en la solución de las ecuaciones diferenciales de n orden, es evitar la integración como la que se presenta al resolver ese tipo de ecuaciones con el método de operadores visto en la sección anterior. No obstante, el método de los coeficientes indeterminados se limita a que la expresión $g(x)$ del lado derecho de la ecuación, represente polinomios en x, funciones exponenciales y funciones trigonométricas, así como las posibles combinaciones entre ellas, dejando de lado funciones como la tangente y secante, así como funciones racionales y otras posibles combinaciones.

Figura 4. Enseñanza de las ecuaciones diferenciales.

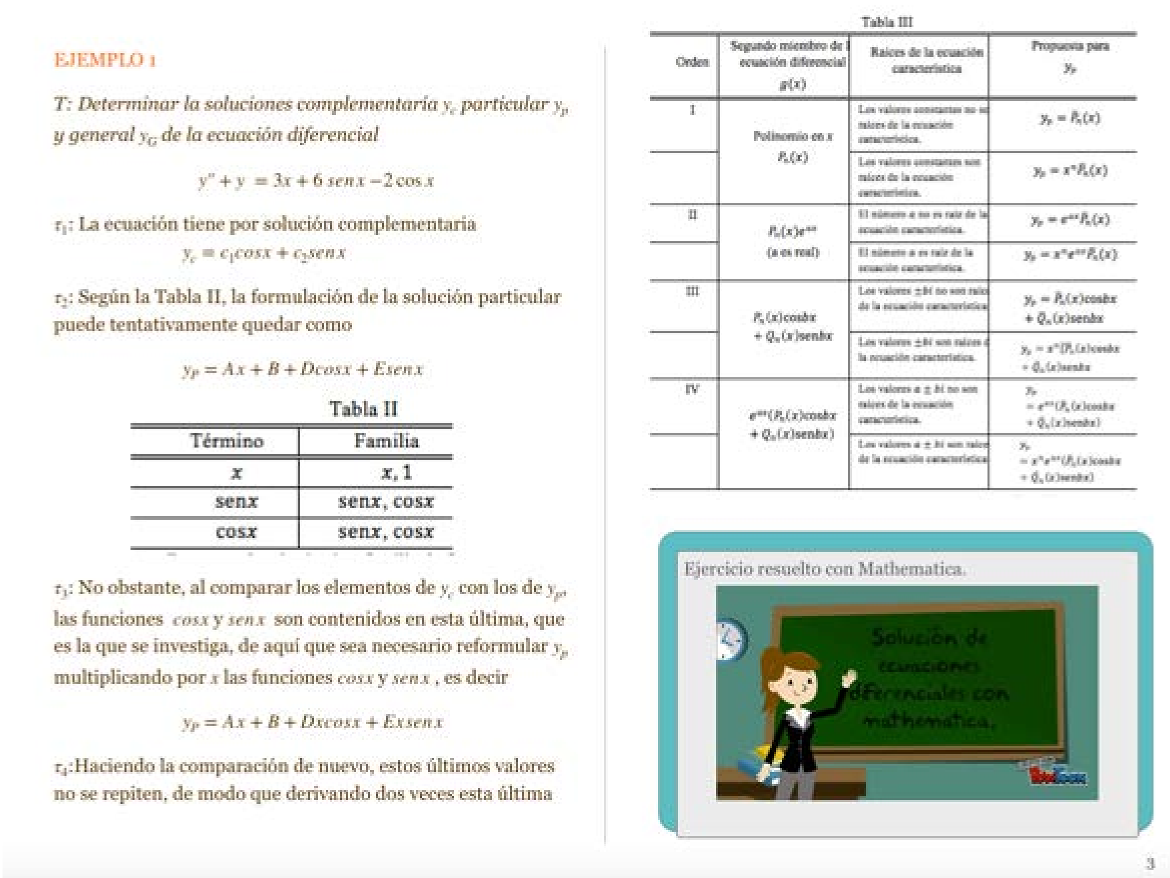


Figura 5. Aplicación para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales.

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

De los 20 estudiantes que participaron en la experiencia, solamente 5 resolvieron adecuadamente la ecuación diferencial sin el software, los 15 restantes incurrieron en errores elementales, por ejemplo, 4 de ellos no lograron salvar, al inicio en la solución de la parte homogénea, la linealidad en la repetición de raíces iguales. Otros equivocaron al escribir la ecuación característica de la ecuación homogénea, por ejemplo, en la ecuación: $y'' + 9y = 6e^{3x}$, uno de los estudiantes propuso erróneamente: $m^2 + 9m = 0$. Al menos dos no pudieron resolver la ecuación cúbica: $m^3 + 8 = 0$, y en casos particulares no pudieron, a través de la fórmula general para determinar las raíces de ecuaciones de segundo grado, determinar raíces complejas. Al menos 5 salvaron los escollos anteriores, pero se equivocaron al aplicar las condiciones iniciales que les llevarían a calcular los valores de las constantes. En la Tabla 1 se muestran las ecuaciones que se aplicaron a los 20 estudiantes, se usaron las nominaciones de Aprobado y No Aprobado, en los casos donde se resolvió o no la ecuación en la forma como se esperaba.

Tabla 1. Resultados de la aplicación de las ecuaciones a los estudiantes.

Alumno	Ecuación escrita	Ecuación utilizando la Aplicación y el *Mathematica*	Resultados escrito	Resultados utilizando la Aplicación y el *Mathematica*
1	y’’+4y’+5y=35 e^{-4x}, y(0)=3 , y’(0)=1.	y’’+4y’+4y=$\frac{1}{2}$ $(e^x + e^{-x})$, $y(0)$ =2, y’(0)=12	No aprobado	Aprobado
2	$\frac{d^2x}{dx^2}+w^2x=F_0senyt$, $x(0)=0, y'(0)=0$	$y''+y=x^2+1$ $y(0)$=5, y(1)=0	Aprobado	Aprobado
3	$\frac{d^2x}{dx^2}+w^2x=F_0senwt$, $x(0)=0, y'(0)=0$	$y''-2y'+2y=2x-2$, $y(0)=0, y(0)=0$	No aprobado	Aprobado
4	$y''+y=x^2+1$ $y(0)$=5, y(1)=0	$y''+3y=6x$, $y(0)=0$, y(1) + y’(1)=0	No aprobado	Aprobado
5	$2y''+3y'-2y=14x^2-4x-11$, $y(0)=0, y'(0)=0$	y’’+4y’+4y=$\frac{1}{2}$ $(e^x + e^{-x})$, $y(0)$ =2, y’(0)=12	Aprobado	Aprobado
6	$y''+8y=2x-5+8e^{-2x}$, $y(0)$ =-5, y’(0)=3, y’(0)=-4	$y''+9y=6e^{3x}$, $y(0)$ =0, y’(0)=0	No aprobado	Aprobado
7	$y''+6y'+9y=2cosx$, $y(0)=1,\ y'(0)=0$	$2y''+3y'-2y=14x^2-4x-11$, $y(0)=0,\ y'(0)=0$	No aprobado	Aprobado
8	$y''-6y'+9y=x^2-x+3$, $y(0)=\frac{4}{3}, y'(0)=\frac{1}{27}$	y’’+4y’+4y=$\frac{1}{2}$ $(e^x + e^{-x})$, $y(0)$ =2, y’(0)=12	No aprobado	No aprobado
9	$y''+6y'+9y=10senx$, $y(0)=0, y'(0)=0$	$y''+6y'+9y=10senx$, $y(0)=0, y'(0)=0$	No aprobado	Aprobado
10	$y''+4y=4(sen2x+cos2x)$, $y(\pi)=2\pi, y'(\pi)=2\pi$	$y'''+8y=2x-5+8e^{-2x}$, $y(0)=-5,\ y'(0)=3,\ y'(0)=-4$	Aprobado	Aprobado
11	$y''+6y'+9y=10senx$, $y(0)=0, y'(0)=0$	$y''+y=x^2+1$ $y(0)$=5, y(1)=0	Aprobado	Aprobado
12	$2y''+3y'-2y=14x^2-4x-11$, $y(0)=0, y'(0)=0$	$2y''+3y'-2y=14x^2-4x-11$, $y(0)=0,\ y'(0)=0$	Aprobado	Aprobado
13	$y''-6y'+9y=2cosx$ $y(0)=1,\ y'(0)=0$	y’’+4y’+4y=$\frac{1}{2}$ $(e^x + e^{-x})$, $y(0)$ =2, y’(0)=12	No Aprobado	Aprobado
14	$y''+4y=4(sen2x+cos2x)$, $y(\pi)=2\pi, y'(\pi)=2\pi$	$y''-4y'+4y=e^{2x}$, $y(0)$ =2, y’(0)=8	No aprobado	Aprobado
15	$y''-6y'+9y=x^2-x+3$, $y(0)=\frac{4}{3}, y'(0)=\frac{1}{27}$	$y''+6y'+9y=10senx$, $y(0)=0, y'(0)=0$	No aprobado	No aprobado
16	$y''+6y'+9y=2cosx$, $y(0)=1,\ y'(0)=0$	$y''+3y=6x$, $y(0)=0$, y(1) + y’(1)=0	No aprobado	No aprobado
17	$y''+8y=2x-5+8e^{-2x}$, $y(0)$ =-5, y’(0)=3, y’(0)=-4	$y'''+8y=2x-5+8e^{-2x}$, $y(0)=-5,\ y'(0)=3,\ y'(0)=-4$	No aprobado	Aprobado
18	$2y''+3y'-2y=14x^2-4x-11$, $y(0)=0, y'(0)=0$	$y''+9y=6e^{3x}$, $y(0)$ =0, y’(0)=0	No aprobado	Aprobado
19	$y''+6y'+9y=10senx$, $y(0)=0, y'(0)=0$	$y''+y=x^2+1$ $y(0)$=5, y(1)=0	No aprobado	No aprobado
20	$y''+8y=2x-5+8e^{-2x}$, $y(0)$ =-5, y’(0)=3, y’(0)=-4	$y''+9y=6e^{3x}$, $y(0)$ =0, y’(0)=0	No presento	No presento

En cuanto a la resolución de la ecuación diferencial en el *Mathematica 10*, como lo muestra la Figura 5, los 5 estudiantes que resolvieron la primera ecuación sin el software, lo hicieron adecuadamente, incluyendo la gráfica respectiva. El resto, de los 15 que no lograron resolver el problema sin el software, 10 de ellos lo desarrollaron apropiadamente, incluyendo la gráfica. De estos últimos, 4 resolvieron la ecuación colocándola en la Web del Wolfram-Alpha del *Mathematica 10*, 4 no lograron resolverla y solamente uno de ellos no reportó ningún resultado. La Figura 6 muestra la solución de una de las ecuaciones de prueba utilizando el software.

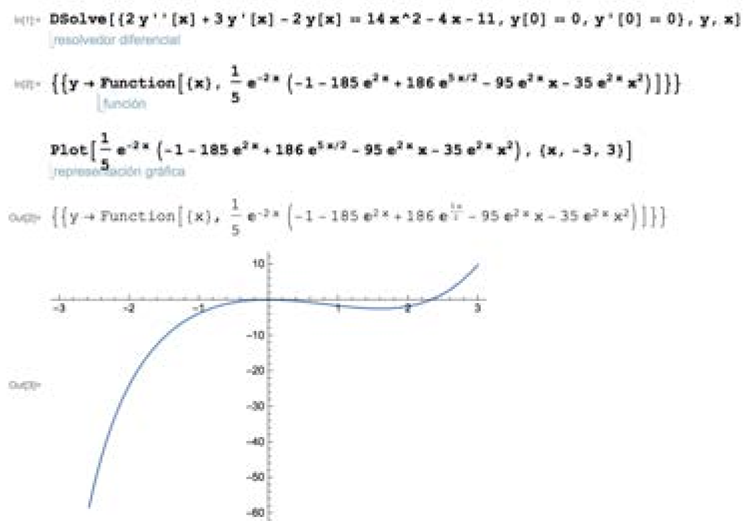


Figura 6. Solución de una ecuación por parte de un estudiante, utilizando la Aplicación y el *Mathematica 10*.

CONCLUSIONES Y/O RECOMENDACIONES

Se realizaron diferentes actividades para el desarrollo de este trabajo, entre las que se encuentra el diseño y desarrollo de la Aplicación, así como la implementación en el aula para la resolución de Ecuaciones Diferenciales y la evaluación de los alumnos. La elaboración del software educativo aumentó el valor que tiene el incluir herramientas computacionales en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

A los estudiantes les resultó útil la Aplicación, se obtuvieron resultados aceptables y se comprobó una evolución en las habilidades que destacan del uso del software para la resolución de ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden. No obstante, los errores que se manifiestan en los problemas que se aplicaron sin el uso del software, ponen de manifiesto problemas de aprendizaje que tienen que ver con una lenta construcción de los conocimientos en juego. Se cree que esa construcción forma parte de un proceso que se puede lograr a lo largo de los tiempos didácticos del curso, de manera que ello no excluye el uso del software en las etapas subsecuentes para la Resolución de Problemas.

Estas actividades tienen un efecto positivo en su aprendizaje, sin embargo, es necesario que los profesores incluyan este tipo de herramientas computacionales como método de enseñanza.

Como se ha descrito a lo largo del documento, la incorporación de las TIC en la educación juegan un papel fundamental, y del buen uso de éstas dependerán los logros obtenidos. Aunque para muchos profesores y alumnos es un tanto complicado adecuarse a este apresurado cambio, la invitación es a que intenten adentrarse y a que conozcan todos los beneficios, recordemos que las tecnologías han sido desarrolladas para acercarnos cada vez más, para facilitarnos tareas, para apoyarnos en nuestras actividades y no para desplazarnos del mundo de la educación.

Para investigaciones futuras se contempla el poder implementar esta investigación con el resto de las materias de Álgebra y Cálculo, para poder contrarrestar los índices que actualmente se tienen en estas materias en las ingenierías, problemática que se tiene como uno de los retos que enfrentan las ingenierías en el país.

BIBLIOGRAFÍA

Cambridge (n.d.). Obtenida el de 15 agosto de 2015, de http://www.cambridge.es/catalogo

Castela, C., & Vázquez, A. R. (2011*).* Des mathématiques à l'automatique: étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en didactique des mathématiques, 31(1), 79-130.*

Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la Théorie Anthropologique du Didactique. En Ruíz-Higueras, L. Estepa, A García, F. J (Eds.). *Sociedad, Escuela y Matemáticas.* Aportaciones a la Teoría Antropológica de lo Didáctico. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén. 705-746.

Etrillas (2013). *Etrillas tienda en línea.* Obtenida el 15 de agosto de 2015, de http://www.etrillas.com.mx/

Gil, D (n.d.). El libro electrónico en la educación: Histología práctica con iBooks Author. *En Revista Didáctica, Innovación y Multimedia,* núm. 26.

Kreyszig, E (2011). *Advanced engineering mathematics. United States of America:* Jhon Wiley & Sons, INC.

Martínez, E. (2006). *El eBook y la industria editorial*. México: Editorial Universitaria Libros UDG.

Springer (n.d.). *Compre reimpresos y e-Books científicos.* Obtenida el 15 de agosto de 2015, de http://www.springer.com/

Zill, D (2006). *Ecuaciones diferenciales.* México: Mc Graw Hill.