FINAL MATEMÁTICAS 5CCB

Matemáticas REACTIVO 1 (10 MINUTOS)

Dados los últimos conflictos en medio oriente, nuestro país decide mandar un investigador con el objeto de identificar posibles amenazas a la seguridad nacional. El investigador logra interceptar una transmisión entre miembros de una agrupación clandestina y después de mucho esfuerzo, logra obtener la clave para decodificar la transmisión, desafortunadamente se ve obligado a suspender el envío, no sin antes mandar lo siguiente:

Parte 1:
Original:

$$\begin{pmatrix} 12 & 71 & 26 & 9 & 32 & 42 & 87 & 32 & 64 & 61 \\ 11 & 51 & 25 & 6 & 31 & 24 & 60 & 23 & 50 & 48 \\ 4 & -16 & 8 & -2 & 19 & -17 & -14 & -4 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

Decodificada:

$$\begin{pmatrix} 1 & 20 & 1 & 3 & 1 & 18 & 27 & 9 & 14 & 13 \\ 5 & 4 & 9 & 1 & 20 & 1 & 13 & 5 & 14 & 20 \\ 5 & 27 & 15 & 2 & 10 & 5 & 20 & 9 & 22 & 15 \end{pmatrix}$$

Parte 2:
Original:

$$\begin{pmatrix} 61 & 62 & 52 & 82 & 46 & 36 & 100 & 18 & 42 & 34 & 39 & 72 \\ 44 & 41 & 43 & 68 & 26 & 21 & 73 & 15 & 27 & 20 & 36 & 51 \\ 1 & -2 & 6 & 13 & -16 & -10 & 0 & 0 & -6 & -9 & 11 & -18 \end{pmatrix}$$

Una vez decodificada la matriz, se utiliza la siguiente tabla para recuperar el mensaje:

VALOR	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
LETRA	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N

VALOR	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
LETRA	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	

De esta forma, para la matriz decodificada se tiene:

$$\left(\begin{array}{cccccccccc} A & T & A & C & A & R & & I & N & M \\ 1 & 20 & 1 & 3 & 1 & 18 & 27 & 9 & 14 & 13 \\ \hline E & D & I & A & T & A & M & E & N & T \\ 5 & 4 & 9 & 1 & 20 & 1 & 13 & 5 & 14 & 20 \\ \hline E & & O & B & J & E & T & I & V & O \\ 5 & 27 & 15 & 2 & 10 & 5 & 20 & 9 & 22 & 15 \end{array}\right)$$

ATACAR INMEDIATAMENTE OBJETIVO

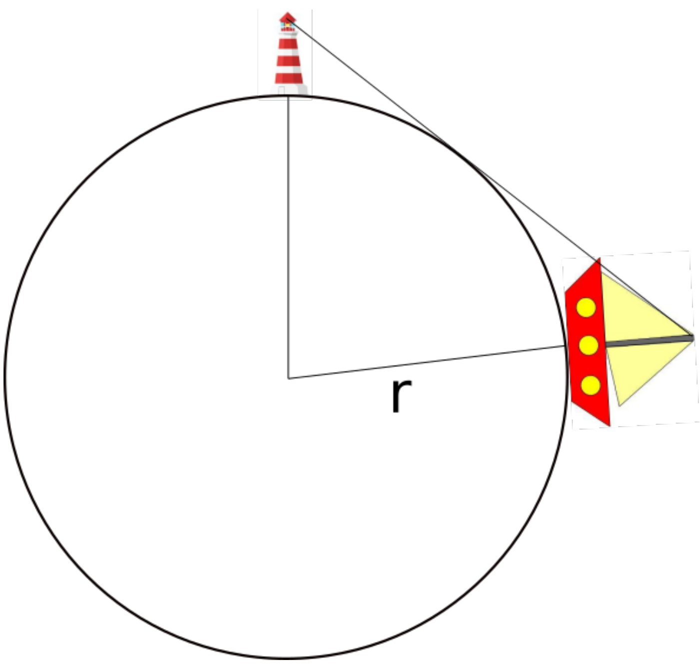
Debido a las implicaciones del fragmento decodificado, la urgencia por lograr decodificar la segunda parte de la transmisión, desafortunadamente el espía no logro enviar la clave para la decodificación de esta, obtenga la matriz de transformación y decodifique la segunda parte del mensaje.

REACTIVO 2 (10 MINUTOS)

Una persona se encuentra en un faro a una altura h_1=18 m y ve partir un barco con altura h_2=18 m que sigue una trayectoria:

$$(x, y, z) = (r\,\mathrm{sen}(10^{-4}t)\cos(10^{-4}t), r\,\mathrm{sen}(10^{-4}t)\mathrm{sen}(10^{-4}t), r\cos(10^{-4}t))$$

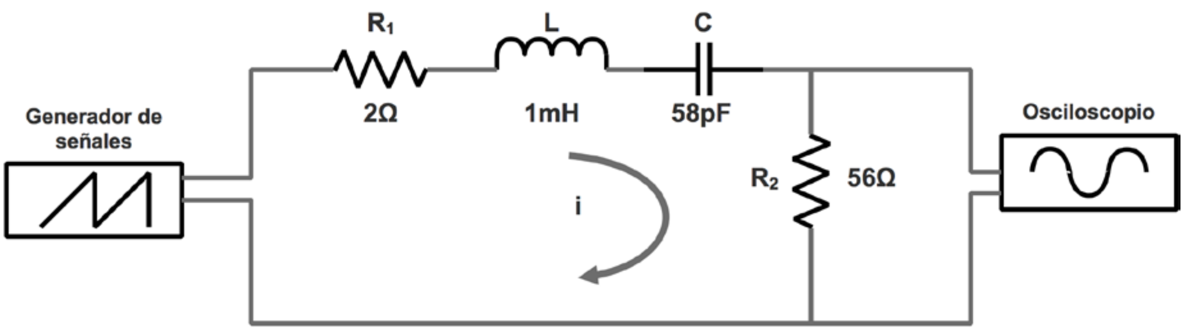
Donde t es el tiempo en hora. ¿Cuál es la distancia que recorre el barco a lo largo de la trayectoria desde la base del faro, hasta que se deja de ver el mástil? Considere que la tierra es esférica y con un radio r=6371 km.



REACTIVO 3 (10 MINUTOS)

Determina la función rampa en expansión de Fourier a la frecuencia central del circuito, y calcula el voltaje en la resistencia 2 de los primeros tres armónicos, para ello la frecuencia central y las reactancias inductivas y capacitivas son respectivamente:

$$f_C = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}} \quad ; X_L = 2\pi f_C.L; \quad X_c = \frac{1}{2\pi f_C.C} \quad ;$$



Donde:

$$V_L = X_L.i \qquad ; \qquad V_c = X_c.i$$

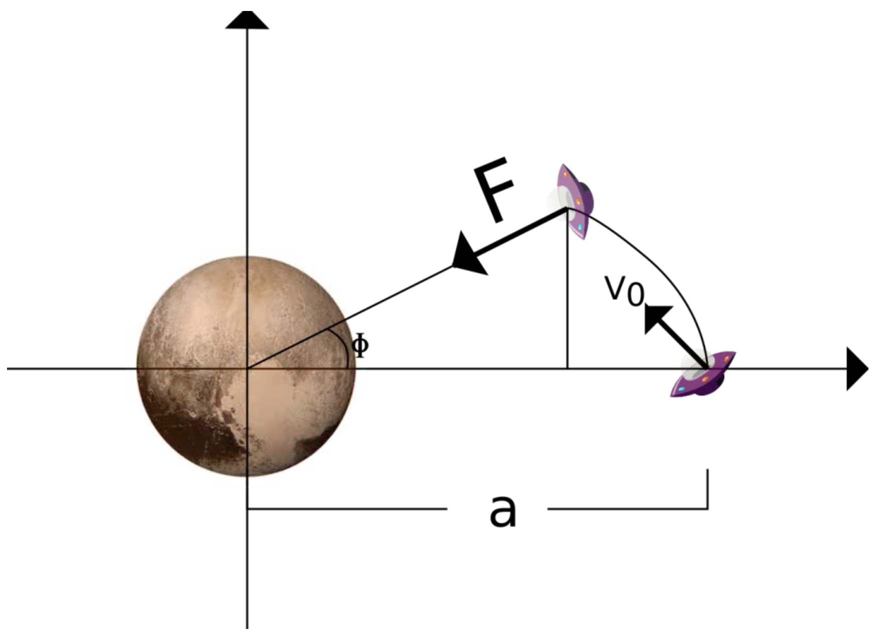
Ya que este circuito es un filtro pasa banda, indique el armónico que es visible en la señal de salida, si se considera que la amplitud del voltaje debe ser mayor a 4 mV

Asociación Nacional de Facultades y Escuelas de Ingeniería

REACTIVO 4 (15 MINUTOS)

Una nave de masa m_1 se aproxima a un planeta esférico de masa m_2 tal como se describe en la figura. De pronto, la nave apaga sus motores cuando lleva una velocidad $\vec{v_0} = -3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}$ (en km/s) y queda a merced del campo de gravitación del planeta, de tal forma que su posición (en km) varía con respecto al tiempo.
Utilizando la ley universal de gravitación de Newton y la segunda ley de Newton:

a) Obtenga un sistema de ecuaciones diferenciales en coordenadas cartesianas que describan la variación de la posición de la nave fijando la posición del sol como el origen.
b) Plantee las condiciones iniciales suficientes para dar solución.
c) Transforme el sistema de ecuaciones diferenciales obtenido a coordenadas polares.
d) Plantee las condiciones iniciales suficientes en coordenadas polares.
e) Obtenga una relación directa de $r(t)$ y $\frac{d\theta}{dt}$.



REACTIVO 5 (15 MINUTOS)

Una pelota es arrojada horizontalmente hacia un paraboloide como se muestra en la figura, si parte de la posición (0,3,4) m con velocidad <3,-3,0> m/s, determine la posición en la que golpeará el suelo ($z = 0$). Sabiendo que la ecuación del paraboloide es $z = 4 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}$ y el choque es totalmente elástico.